

Prova Escrita de Matemática
9.º Ano de Escolaridade
Prova 92/2.ª Fase

Caderno I

1. A probabilidade correta é a da opção ☐ C.

De acordo com o enunciado, a probabilidade pedida corresponde a k . Como $17\% + 24\% + 29\% + 22\% = 92\%$, vem que $k = 100\% - 92\% = 8\%$.

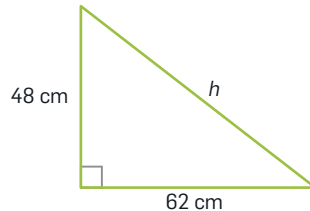
2. $3\sqrt{2} \approx 4,24$, logo, o ponto pedido tem abcissa aproximadamente igual a $a + 4,24$, pelo que pertence ao segmento de reta ☐ UV.

3. A distância média, em milhões de km, de Neptuno ao Sol é $30 \times 149,6 = 4488$.

Em km, essa distância é $4\,488\,000\,000 = \boxed{4,488 \times 10^9}$.

4. Atendendo à figura ao lado, e pelo teorema de Pitágoras, tem-se:

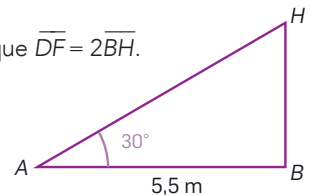
$$h^2 = 62^2 + 48^2 = 6148, \text{ logo } h = \sqrt{6148} \approx 78,409 \approx \boxed{78,41} \text{ (cm).}$$



5. Pretende-se determinar $\overline{DF}$. Pela observação da figura dada, $\overline{DF} = \overline{BH} + \overline{EF}$.

Atendendo a que $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\widehat{BAH} = \widehat{EGF}$ e $\widehat{HBA} = \widehat{FEG}$ (critério ALA) vem $\overline{BH} = \overline{EF}$ pelo que $\overline{DF} = 2\overline{BH}$.

Como $\overline{AD} = 23$ m, tem-se $2\overline{AB} + \overline{BC} = 23 \Leftrightarrow 2\overline{AB} = 23 - 12 \Leftrightarrow \overline{AB} = \frac{11}{2} \Leftrightarrow \overline{AB} = 5,5$.



$$\text{Considerando a figura junta, } \tan 30^\circ = \frac{\overline{BH}}{\overline{AB}} \Leftrightarrow 0,57735 \approx \frac{\overline{BH}}{5,5} \Leftrightarrow 0,57735 \times 5,5 \approx \overline{BH} \Leftrightarrow 3,17543 \approx \overline{BH}$$

Portanto, $\overline{DF} \approx 2 \times 3,17543 \approx \boxed{6,35}$ (m).

- 6.1 A reta correta é a da opção ☐ A.

A reta AD está contida no plano que contém a face [ABCD], a reta EH é estritamente paralela a esse plano e a reta ED é perpendicular a esse plano.

6.2 1.º processo:

Por hipótese, a base da pirâmide coincide com a do cubo e a sua altura é metade da do cubo, pelo que:

$$\text{Volume da pirâmide [ABCDV]} = \frac{1}{3} \times \frac{\text{Volume do cubo [ABCDEFGH]}}{2} = \frac{729}{6} = \boxed{121,5} \text{ (cm}^3\text{)}.$$

$$\begin{aligned} \text{Alternativa ao 1.º processo:} \\ \text{Volume da pirâmide [ABCDV]} &= \frac{\overline{AB}^2 \times \frac{\overline{GB}}{2}}{3} = \frac{\frac{\overline{AB}^2 \times \overline{AB}}{2}}{3} = \frac{\overline{AB}^3}{6} = \frac{\text{Volume do cubo [ABCDEFGH]}}{6} = \\ &= \frac{729}{6} = 121,5 \text{ (cm}^3\text{)} \end{aligned}$$

2.º processo:

$$\text{Volume da pirâmide [ABCDV]} = \frac{1}{3} \times \text{Área da base} \times \text{Altura}$$

Como o volume do cubo é 729 cm^3 , a sua aresta vale $\sqrt[3]{729} \text{ (cm)}$.

Assim, a base da pirâmide mede $9^2 = 81 \text{ (cm}^2\text{)}$ e a sua altura é, por hipótese, $\frac{9}{2} = 4,5 \text{ (cm)}$.

Finalmente, o volume pedido é $\frac{1}{3} \times 81 \times 4,5 = \boxed{121,5} \text{ (cm}^3\text{)}$.

Caderno 2

7. Sejam F_1 e F_2 as raparigas e M_1 e M_2 os rapazes do grupo. Vejamos uma tabela com todos os conjuntos de dois alunos:

	F_1	F_2	M_1	M_2
F_1	////	F_1, F_2	F_1, M_1	F_1, M_2
F_2	////	////	F_2, M_1	F_2, M_2
M_1	////	////	////	M_1, M_2
M_2	////	////	////	////

Assim, existem 6 pares diferentes (número de casos possíveis) e 4 casos favoráveis.

Portanto, pela regra de Laplace, a probabilidade pedida é $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

8. Amplitude interquartis = 3.º quartil – 1.º quartil = $7 - 4 = 3$

9. O conjunto correto é o da opção **B**.

$$X = [-2, 1[\cap \mathbb{Z} = [-2, 1[\cap \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\} = \{-2, -1, 0\}$$

10. Como $\overline{OB} = \overline{AB}$, o triângulo $[OAB]$ é isósceles, pelo que a sua área pode ser obtida recorrendo à expressão

$$\frac{\overline{OA} \times \overline{MB}}{2}, \text{ sendo } M \text{ o ponto médio do segmento de reta } [OA].$$

Como a abcissa de A é 4 (ou seja, $\overline{OA} = 4$), a abcissa de M é 2.

Portanto, $\overline{MB} = f(2) = 4 \times 2^2 = 16$.

Assim, a área pedida é $\frac{4 \times 16}{2} = 32$ (u.a.).

11. A opção correta é a **D**.

Trata-se de um ramo de hipérbole que não intersesta qualquer um dos eixos coordenados.

12. Como $-2 = 1 \times (-2)$, $4 = -2 \times (-2)$, $-8 = 4 \times (-2)$ e $16 = -8 \times (-2)$, conclui-se que o termo geral da sucessão é $(-2)^n$, isto é, $b = -2$.

Processo alternativo: dado que os valores absolutos dos quatro primeiros termos da sucessão (2, 4, 8 e 16) são as quatro primeiras potências de 2, podemos concluir que: $b_1 = (-2)^1$, $b_2 = (-2)^2$, $b_3 = (-2)^3$, $b_4 = (-2)^4$, sendo o termo geral definido por $b_n = (-2)^n$, o que permite concluir que $b = -2$.

13. $10x^2 - 3x - 1 = 0 \Leftrightarrow \Leftrightarrow x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 10 \times (-1)}}{2 \times 10} \Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{49}}{20}$
- $\begin{matrix} a = 10 \\ b = -3 \\ c = -1 \end{matrix}$
- $\Leftrightarrow x = \frac{3 \pm 7}{20} \Leftrightarrow x = \frac{-4}{20} \vee x = \frac{10}{20} \Leftrightarrow \boxed{x = -\frac{1}{5} \vee x = \frac{1}{2}}$

$$14. \frac{x+3}{5} > 2(x-1) \Leftrightarrow \frac{x+3}{5} > 2x-2 \Leftrightarrow x+3 > 10x-10 \Leftrightarrow x-10x > -10-3$$

$$\Leftrightarrow -9x > -13 \Leftrightarrow 9x < 13 \Leftrightarrow x < \frac{13}{9}$$

Portanto, o conjunto solução é $\boxed{]-\infty, \frac{13}{9}[}$.

15. O sistema correto é o da opção $\boxed{\text{B}}$.

$$(A): \begin{cases} -1 + 2 \times 2 = 3 \\ -1 - 2 = 0 \end{cases} \rightarrow \text{falso};$$

$$(B): \begin{cases} 1 + 2 \times 1 = 3 \\ 1 - 1 = 0 \end{cases} \rightarrow \text{verdadeiro};$$

$$(C): \begin{cases} 0 + 2 \times 0 = 3 \\ 0 - 0 = 0 \end{cases} \rightarrow \text{falso};$$

$$(D): \begin{cases} 2 + 2 \times (-1) = 3 \\ 2 - (-1) = 0 \end{cases} \rightarrow \text{falso}.$$

Processo alternativo:

$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ x - y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y + 2y = 3 \\ x = y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y = 3 \\ x = y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$16. (12^3)^2 \times 12^3 \times 3^{-9} = 12^{3 \times 2} \times 12^3 \times 3^{-9} = 12^{6+3} \times 3^{-9} = (4 \times 3)^9 \times 3^{-9} = 4^9 \times 3^9 \times 3^{-9} = 4^9 \times \underbrace{3^{9-9}}_1 = \boxed{4^9}$$

$$17. \text{Área} = x \times (x+3) = \boxed{x^2 + 3x}$$

18. $\hat{ABC} = \hat{ABD} + 20^\circ$ como $\overline{AD} = \overline{BD}$, vem que $D\hat{A}B = \hat{ABD}$.

O ângulo ADB está inscrito no arco de circunferência ADB , logo $\hat{ADB} = \frac{\widehat{AB}}{2} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$.

$$\text{Portanto, } 2\hat{ABD} + 30^\circ = 180^\circ \Leftrightarrow 2\hat{ABD} = 150^\circ \Leftrightarrow \hat{ABD} = \frac{150^\circ}{2} \Leftrightarrow \hat{ABD} = 75^\circ.$$

$$\text{Finalmente, } \hat{ABC} = 75^\circ + 20^\circ = \boxed{95^\circ}.$$

19. O ponto correto é o da opção $\boxed{\text{C}}$.

A reflexão axial do ponto F relativamente ao eixo EB é o ponto D e $D + \overrightarrow{FA} = D + \overrightarrow{DC} = C$.

20. Por exemplo, os planos ABG e AHC são perpendiculares ao plano que contém a face $[ABCD]$, mas não são perpendiculares entre si.

FIM