Proposta de resolução da Prova Final de Matemática
3.º Ciclo do Ensino Básico
Prova 92/2.ª Fase/2015

Caderno 1

1. A média correta é a da opção B.

$$\text{Média} = \frac{19\times 4 + 20\times 3 + 23\times 3 + 24\times 3 + 25\times 7}{20} = 22{,}6$$

2.

2.1 Área do semicírculo $= \frac{\pi \times \overline{AO}^2}{2} = ?$

1.º processo de resolução:

$\text{sen}(B\hat{A}O) = \frac{\overline{OB}}{\overline{AO}} \Leftrightarrow 0{,}423 \approx \frac{1}{\overline{AO}} \Leftrightarrow \overline{AO} \approx \frac{1}{0{,}423} \Leftrightarrow \overline{AO} \approx 2{,}364$

Assim, a área pedida é aproximadamente igual a $\frac{\pi \times 2{,}364^2}{2} \approx \boxed{8{,}8}\,\text{cm}^2$

2.º processo de resolução:

Pelo teorema de Pitágoras, tem-se $\overline{AO}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{OB}^2 = \overline{AB}^2 + 1 = ?$

Ora, $\text{tg}(B\hat{A}O) = \frac{\overline{OB}}{\overline{AB}} \Leftrightarrow 0{,}466 \approx \frac{1}{\overline{AB}} \Leftrightarrow \overline{AB} \approx \frac{1}{0{,}466} \Leftrightarrow \overline{AB} \approx 2{,}146$

Portanto, $\overline{AO}^2 = 2{,}146^2 + 1 = 5{,}605$ pelo que a área pedida é aproximadamente igual a

$\frac{\pi \times 5{,}605}{2} \approx \boxed{8{,}8}\,\text{cm}^2$

2.2 $\overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{AD} - \overset{\frown}{CD} = 180° - \overset{\frown}{CD} = ?$

BAO é um ângulo inscrito na semicircunferência pelo que $\overset{\frown}{CD} = 25° \times 2 = 50°$

Assim, $\overset{\frown}{AC} = 180° - 50° = \boxed{130°}$

3. O segmento correto é o da opção B.

$\sqrt{7} - \sqrt{17} \approx -1{,}477$, logo o ponto está entre B e C.

4. $\frac{2015}{4} = 503{,}75 = \boxed{5{,}0375 \times 10^2}$

5. 1.º processo de resolução:

Se f é uma função de proporcionalidade inversa, $2 \times 5 = 3{,}2 \times y \Leftrightarrow y = \frac{10}{3{,}2} \Leftrightarrow y = \boxed{3{,}125}$

2.º processo de resolução:

Se f é uma função de proporcionalidade inversa, $f(x) = \frac{k}{x}$, sendo $k = 2 \times 5 = 10$.

Assim, $f(3{,}2) = \frac{10}{3{,}2} = \boxed{3{,}125}$

6.

6.1 O volume total do sólido é igual à soma do dobro do volume do prisma $[ABCDEFGH]$ com o volume do prisma $[LKNMHGJI]$.

Volume do prisma $[ABCDEFGH]$ = área da base × altura = $9s$.

Volume do prisma $[LKNMHGJI]$ = área da base × altura = $s \times \frac{2}{3} \times 9 = 6s$.

Assim, tem-se:

$2 \times 9s + 6s = 248 \Leftrightarrow 24s = 248 \Leftrightarrow s = \frac{248}{24} \Leftrightarrow s = 10{,}(3) \Leftrightarrow s \approx \boxed{10{,}3}\,\text{cm}^2$.

6.2 AB ou DC ou DR ou LK ou …

© Texto

Caderno 2

7.

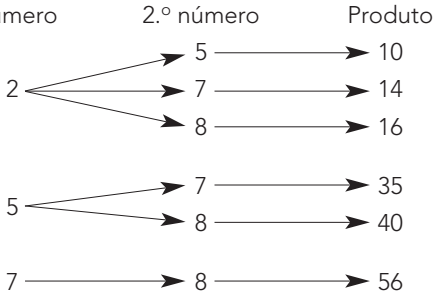
7.1 $P(A) = \frac{1}{4}$, logo a probabilidade do contrário de A é igual a $1 - \frac{1}{4} = \boxed{\frac{3}{4}}$

7.2 1.º processo de resolução:

O produto será um número ímpar apenas se saírem o 5 e o 7.
Assim, a probabilidade pedida é igual ao produto da probabilidade de sair o 5 ou o 7 pela probabilidade de sair o número que falta, ou seja, $\frac{2}{4} \times \frac{1}{3} = \boxed{\frac{1}{6}}$

2.º processo de resolução:

Vejamos os casos possíveis num diagrama em árvore:



Assim, existem 6 casos possíveis e apenas um desses produtos apresenta um número ímpar.
Portanto, a probabilidade pedida é igual a $\boxed{\frac{1}{6}}$

8. $(2^{10})^{-2} \times 2^{20} + 3^{-1} = 2^{10(-2)} \times 2^{20} + 3^{-1} = 2^{-20+20} + 3^{-1} \underset{(3)}{=} 1 + \frac{1}{3^1} = \boxed{\frac{4}{3}}$

9. $\frac{x^2+3}{4} + \underset{(2)}{\frac{x-7}{2}} \underset{(4)}{=} 1 \Leftrightarrow x^2 + 3 + 2x - 14 = 4 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 15 = 0 \Leftrightarrow x = \underset{\substack{a=1\\ b=2\\ c=-15}}{\frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times 1 \times (-15)}}{2 \times 1}}$

$\Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm 8}{2} \Leftrightarrow \boxed{x = -5 \vee x = 3}$

10. O conjunto solução correto é o da opção A.

$-3x \geq 6 \Leftrightarrow 3x \leq -6 \Leftrightarrow x \leq -\frac{6}{3} \Leftrightarrow x \leq -2$

11. «5 mosaicos quadrados + 4 mosaicos octogonais» $\rightarrow 5x + 4y$
«4 mosaicos quadrados + 5 mosaicos octogonais» $\rightarrow 4x + 5y$

Assim o sistema pedido é $\boxed{\begin{cases} 5x + 4y = 30 \\ 4x + 5y = 33 \end{cases}}$

12.

12.1 A equação correta é a da opção C.
O declive da recta AB é negativo e a ordenada na origem é 2.

12.2 $f(x) = x^2$ e $g(x) = -f(x) = -x^2$.

Assim $f(\sqrt{3}) = (\sqrt{3})^2 = 3$ e $g(2) = -2^2 = -4$ pelo que o número pedido é $3 - 4 = \boxed{-1}$

13. O diâmetro correto é o da opção C.
Basta ver a diferença entre a distância máxima ao solo (10 m) e a mínima (2 m).

14. A área da região sombreada é dada pela diferença das áreas dos quadrados $[ABCD]$ e $[AEFG]$, isto é, é igual a $(a+1)^2 - (a-1)^2 = a^2 + 2a + 1 - (a^2 - 2a + 1) = \cancel{a^2} + 2a + \cancel{1} - \cancel{a^2} + 2a - \cancel{1} = 4a$, como se pretendia.

© Texto

15.

15.1 O comprimento correto é o da opção B.

Pelo teorema de Pitágoras, $\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 6^2 + 9^2 = 117 \rightarrow \overline{BC} = \sqrt{117}$

15.2 A afirmação é correta pelo critério AA (já que ambos os triângulos são retângulos e têm um ângulo comum (ABC)).

15.3 Perímetro $= 2\overline{AF} + 2\overline{AD} = 4 + 2\overline{FE} = ?$

Como os triângulos $[ABC]$ e $[FBE]$ são semelhantes, tem-se:

$$\frac{\overline{FE}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{FB}}{\overline{AB}} \Leftrightarrow \frac{\overline{FE}}{9} = \frac{4}{6} \Leftrightarrow \overline{FE} = \frac{2}{3} \times 9 \Leftrightarrow \overline{FE} = 6$$

Portanto, perímetro $= 4 + 2 \times 6 =$ 16 cm

© Texto